

Lineare Gleichungen mit 2 Variablen

Bsp.: 36 Personen wollen sich an 4er- und 6er-Tische im Lokal setzen. Die Tische sollten voll besetzt sein ($G = \mathbb{N}$).

4er-Tische: x

6er-Tische: y

$$\Rightarrow 4x + 6y = 36$$

Mit einem „scharfen Blick“ sieht man rasch Lösungen, z.B. 6 4er-Tische ($x = 6$) und 2 6er-Tische ($y = 2$):

$$4 \cdot 6 + 6 \cdot 2 = 36 \quad |T$$

$$24 + 12 = 36 \quad |T$$

$$36 = 36 \quad \checkmark \text{ wahre Aussage}$$

Die Lösungen sind also Zahlenpaare, hier z.B.

$(6, 2)$. Zum Auffinden aller Lösungen ist eine
 $x \quad y$

systematische Vorgehensweise erforderlich. Wir betrachten im Folgenden zwei verschiedene:

1. Rechnerisches Lösen

- 1) Beliebigen Wert für eine Variable einsetzen
(Wenn möglich oben gerichtet gewählt; hier gilt $G=N$).
- 2) Die Gleichung nach der anderen Variable auflösen.

Bsp.:

$$4x + 6y = 36 \quad | \text{ wähle bspw. } x = 0$$

$$4 \cdot 0 + 6y = 36 \quad | \text{ } \uparrow$$

$$6y = 36 \quad | :6$$

$$\underline{y = 6}$$

Eine weitere Lösung ist demnach $(0|6)$, also keine Gew-Tische und dafür alle Personen an 6 Gew-Tische.

Für die Lösungsmenge kann man notieren:

$$LL = \{ (0|6); (6|2); \dots \}$$

2. Grafisches Lösen

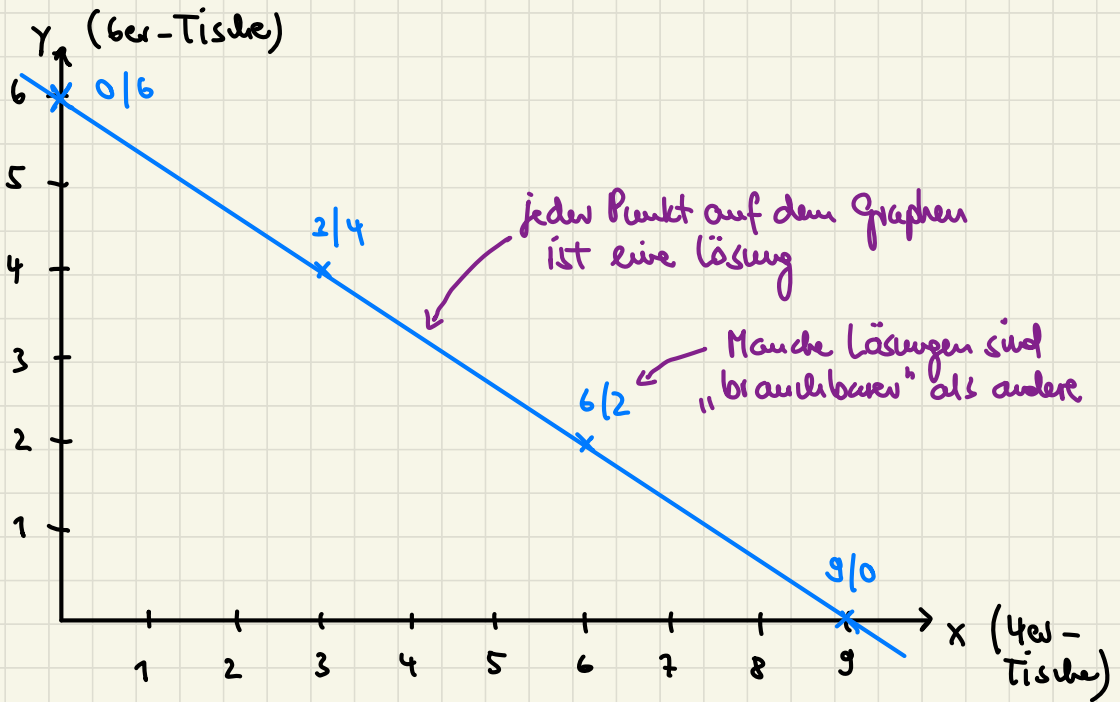
Um alle Lösungen zu finden, ist obige Variante mühselig. Anschaulicher ist hier die grafische Lösung. Denn alle Zahlenpaar-Lösungen von lin. Gleichungen mit 2 Variablen liegen auf einer Geraden. Also kann man auch in die lineare Funktionsgleichung umformen, den Graph zeichnen und Lösungen ablesen.

- 1) Gleichung nach y auflösen.
- 2) Graph der lin. Funktion zeichnen.

$$\begin{array}{l} \text{Bsp.: } 4x + 6y = 36 \quad | -4x \\ 6y = 36 - 4x \quad | :6 \\ y = 6 - \frac{4}{6}x \quad | \top \\ y = -\frac{2}{3}x + 6 \end{array}$$

$$\text{mit } m = -\frac{2}{3} \text{ und } b = 6$$

Im Koordinatensystem:



Man sieht, dass z.B. $9/0$ auch eine Lösung ist, also 9 4er-Tische und kein ber-Tisch.

Aber es gibt auch Kommalösungen und Lösungen mit negativen Zahlen (z.B. $1,5/5$ bzw. $12/-2$). Diese sind zwar mathematisch korrekt, können aber je nach Anwendungskontext "unerwünscht" (z.B. 1,5 für einen halben gefüllten 4er-Tisch) oder sinnfrei (z.B. -2 für eine negative Anzahl von ber-Tischen) sein.