Äquivalenz von Termen (inkl. Wiederholung Distributivgesetz)

vgl. Buch, S. 168f

1. Schritt

Äquivalenz in Form eines konkreten Beispiels aus dem Alltag:
eine Person (vgl. Mathe-Buch LS, Jg. 7, S. 168 oben).

2. Schritt

Äquivalenz etwas abstrakter/mathematischer:
„verkleidete Zahlen“ (vgl. Buch S. 154 rechts). Dazu:

$$5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

$$2{,}00 = 2$$

$$-\frac{6}{3} = -2$$

3. Schritt

Äquivalenz bei mathematischen Termen (vgl. Buch S. 168ff). Dazu:

167 | 4c:

$$\begin{aligned} & 10 \cdot x - x \\ = \ & 10x - x \\ = \ & 10x - 1x \\ = \ & 9x \end{aligned}$$

167 | 5f:

$$\begin{aligned} & 4 \cdot u + 10 - u - 5 \\ = \ & 4u + 10 - 1u - 5 \\ = \ & 4u - 1u + 10 - 5 \\ = \ & 3u + 5 \end{aligned}$$

Und nun zur Anwendung des Distributivgesetzes, um äquivalente Terme zu erzeugen. Dazu nochmal ein wenig Wiederholung zum Distributivgesetz:

Siehe nächste Seite.

$$+a \cdot (+b + c) = +ab + ac$$

$$+7 \cdot (+3 + 5) = +21 + 35 = \underline{\underline{56}}$$

$$2 \cdot (+4 + x) = +8 + 2x$$

$$-2 \cdot (+4 + x) = -8 - 2x$$

$$-2 \cdot (-4 + x) = +8 - 2x$$

$$-2 \cdot (-4 - x) = +8 + 2x$$

ausmultiplizieren (Klammern auflösen)

Punktrechnungsaufgabe $\boxed{-5 \cdot (a + 3)} = \boxed{-5a - 15}$ Strichrechnungsaufgabe

ausklammern (Klammern setzen)
→ die −5 wird ausgeklammert

Das DISTRIBUTIVGESETZ (DG):

ein Gesetz, zwei (Rechen-)Richtungen, zwei äquivalente Terme

Für uns bedeutet das bei äquivalenten Termen nun: Mit Hilfe des Distributivgesetzes kann man äquivalente Terme erzeugen. Man kann durch Anwendung des Distributivgesetzes auch zeigen, dass zwei gegebene Terme äquivalent sind. Beispiele:

„herkömmlicher“ Rechenweg:

```
  4 • (12 – 1)
= 4 • (11)
= 4 • 11
= 44
```

mit Hilfe des Distributivgesetzes:

```
  4 • (12 - 1)
= 4 • 12 – 4 • 1
= 48 - 4
= 44
```

Beide Rechenwege sind äquivalent, da sie auf die gleiche Lösung führen. Entsprechend sind der Ausgangsterm 4 • (12 – 1) und das Ergebnis 44 auch zueinander äquivalent.

Wenn wir nun noch Variablen in unsere Terme einbauen, sehen wir, dass der zunächst noch umständlich erscheinende Rechenweg des Distributivgesetzes sehr wichtig ist:

„herkömmlicher“ Rechenweg:

```
  4 • (12 – x)
= „fertig“
```

mit Hilfe des Distributivgesetzes:

```
  4 • (12 - x)
= 4 • 12 – 4 • x
= 48 - 4x
```

Ohne die Anwendung des Distributivgesetzes ist man mit dem „herkömmlichen“ Rechenweg sofort am Ende, weil man nicht weiterkommt (man kann nicht 12 – x rechnen, da man den Wert von x nicht kennt).

Mit Hilfe des Distributivgesetzes ist das anders: Man kann noch die Klammer auflösen und zu 48 – 4x überführen. Das ist mathematisch gesehen eine Vereinfachung des Terms, da er kürzer ist und keine Klammer mehr vorkommt.

Zugleich kann man festhalten, dass 4 • (12 – x) und 48 – 4x das Gleiche sind – beide Terme sind äquivalent („gleichwertig“). Dennoch bevorzugt man 48 – 4x, weil der Term eben vereinfacht ist (s. o.).